Probabilidade
Aula_05_a_Probabilidade

Dalmo Machado
RN, MSN, PhD
Professor Adjunto
dalmomachado@enf.uff.br
dalmomachado.uff@gmail.com
(21) 99595-0849
Universidade Federal Fluminense - UFF

Características básicas dos fenômenos probabilísticos

- Não se pode antecipar um resultado
- Existe um padrão de comportamento previsível no longo prazo

Todo fenômeno probabilístico tem como resultado um acontecimento chamado ***evento***
O conjunto de eventos possíveis é chamado ***espaço amostral***

Espaço amostral para o fenômeno de lançamento de duas moedas

Probabilidade de ocorrência de um evento favorável

- Probabilidade de um evento favorável: P(A)
- Número de eventos possíveis: n
- Número de eventos favoráveis: m

$$P\ (A) = \frac{m}{n}$$

$$P\ (A) = \frac{\text{n° de eventos favoráveis}}{\text{n° eventos possíveis}}$$

Propriedades das probabilidades

- A soma das probabilidades de todos os eventos possíveis (dados no espaço amostral) é obrigatoriamente 1
- A probabilidade varia entre 0 e 1 (100%)

Eventos mutuamente exclusivos

- Quando não podem ocorrer ao mesmo tempo.

Ex.: Quando se joga uma moeda, ou sai cara ou sai coroa. Os dois eventos não podem ocorrer ao mesmo tempo: a saída da cara *exclui* possibilidade de ter saído coroa.

Eventos independentes

- Para definir eventos independentes, é necessário relembrar a teoria dos conjuntos.
- Conjuntos:

1- União de dois conjuntos: normalmente utilizamos a expressão *ou* no sentido *exclusivo*, isto é quando dizemos "João ou José" queremos dizer "um dos dois" e não ambos.

- Porém, na linguagem dos conjuntos, que é a linguagem das probabilidades, "A ou B" significa "A ou B ou ambos".

$$A \cup B$$

"A união B"

2- Interseção de dois conjuntos: a ideia de dois eventos que ocorrem juntos é expressa pela conjunção e. Na linguagem os conjuntos, que é a linguagem das probabilidades, escrevemos:

$$A \cap B$$

"A interseção B"; significa "*A e B juntos*"

- Condição de independência

Eventos independentes : quando *"uma coisa não tem nada a ver com a outra"*. É quando intui-se o resultado, mesmo sem ver os cálculos.

- Então, dois eventos são independentes se a probabilidade que ocorram juntos é igual ao produto das probabilidades de que ocorram em separado.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- Um dado e uma moeda são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade de obtenção de cara E seis?

São eventos independentes ou mutuamente exclusivos?

O resultado obtido pelo lançamento do dado influencia no resultado a ser obtido no lançamento da moeda e vice-versa?

NÃO! $\therefore$ SÃO EVENTOS INDEPENDENTES!

- Qual a probabilidade de se obter cara (P(A)) no lançamento da moeda?

$$P(A) = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

- Qual a probabilidade de se obter o número seis (P(B)) no lançamento do dado?

$$P(B) = \frac{1}{6} = 0{,}17$$

- Qual a probabilidade de se obter cara (P(A)) E o número seis (P(B)) no lançamento da moeda e dado?

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12} = 0{,}08$$

Atenção

- Não confundir eventos independentes com eventos mutuamente exclusivos!!!
- Por vezes entende-se que as duas expressões querem dizer a mesma coisa: que os eventos não se sobrepõem. Entretanto, eventos mutuamente exclusivos – se ocorre um, o outro não pode ocorrer – não são independentes.

Probabilidade Condicional

- Probabilidade de ocorrer evento sob uma dada condição.
- Indica-se a probabilidade condicional de ocorrer o evento A sob a condição de B ter ocorrido por P(AIB), que se lê: "probabilidade de A dado B".

Teorema da Soma a Regra do "OU"

- A probabilidade de ocorrer A *ou* B é dada pela probabilidade de ocorrer A, mais a probabilidade de ocorrer B, menos a probabilidade de ocorrer A e B (porque a probabilidade de ocorrer A e B é contada duas vezes).

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- Uma carta será retirada no baralho. Qual é a probabilidade de sair uma carta de espada ou um ás?

São eventos independentes ou mutuamente exclusivos?

Existe alguma carta do baralho que satisfaça as duas situações?

SIM! Quem!

O ás de espada $\therefore$ SÃO INDEPENDENTES!

- Qual a probabilidade de se retirar uma carta de espada (P(A)) OU um ás (P(B))?

$$P(A) = \frac{13}{52}$$

$$P(B) = \frac{4}{52}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} = 0{,}3$$

- Porém, se A e B são *mutuamente exclusivos, a* probabilidade de ocorrer A e B é dada pela probabilidade de ocorrer A, mais a probabilidade de ocorrer B.

P(A U B) = P(A) + P(B)

- Uma urna contém quatro bolas: duas brancas, uma vermelha e uma azul. Retirando-se uma bola da urna ao acaso, qual é a probabilidade de sair uma bola colorida, isto é, azul OU vermelha?

São eventos independentes ou mutuamente exclusivos?

É possível que a bola seja branca e colorida (azul ou vermelha) ao mesmo tempo?

NÃO! $\therefore$ SÃO INDEPENDENTES!

- Qual a probabilidade de sair bolas colorida, ou seja, azul (P(A)) OU vermelha (P(B))?

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Teorema do Produto ou a regra do "E"

- Quando queremos saber a probabilidade de dois eventos ocorrerem juntos, ou um em seguida do outro. Queremos a probabilidade do conjunto de interseção.

- Se A e B são eventos *independentes*, a probabilidade de ocorrer A e B é dada pela probabilidade de ocorrer A, multiplicada pela probabilidade de ocorrer B.

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \times P(B)$$

- Uma moeda será jogada duas vezes. Qual é a probabilidade de ocorrer cara nas duas jogadas?

São eventos dependentes ou independentes?

A probabilidade de sair cara na segunda jogada e consequencia daquilo obtido na primeira jogada?

NÃO! $\therefore$ SÃO INDEPENDENTES!

- Qual a probabilidade de sair cara na primeira jogada (P(A)) E cara na segunda jogada (P(B))?

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(AeB) = P(A) \times P(B)$$

$$P(AeB) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

Teorema do Produto ou a regra do "E"

- Se A e B são *dependentes*, a probabilidade de ocorrer A e B é dada pela probabilidade de ocorrer A, multiplicada pela probabilidade (condicional) de ocorrer B, dado que A tenha ocorrido.

$$P(A \text{ e } B) = P(A) \times P(B|A)$$

- Uma urna contém três bolas: duas brancas e uma vermelha. Retiram-se duas bolas da urna, uma em seguida da outra e sem que a primeira tenha sido recolocada. Qual é a probabilidade de as duas serem brancas?

São eventos dependentes ou independentes?

O espaço amostral quando da retirada da segunda bola foi alterado pelo primeiro evento?

SIM! $\therefore$ SÃO DEPENDENTES!

- Qual a probabilidade da primeira bola ser branca (P(A)) E a segunda bola também ser branca (P(B)), dado que (*I**A*) a primeira foi branca?

$$P(A) = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(AeB) = P(A) \times P(B|A)$$

$$P(AeB) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6} = 0{,}17$$